

chiamando  $l$  la lunghezza della tangente condotta dall'origine alla circonferenza data, cioè  $l = ctg p$ .

Per avere il doppio sistema isometrico ortogonale, bisogna porre  $w = u - i v$  in luogo di  $w$ . Si riduce l'equazione risultante a maggior semplicità cambiando l'origine delle  $v$  col porre  $w = u - i(v - i v_0)$ , ossia col cambiare  $w$  in  $w - i v_0$  (se  $w = u - i v$ ). Infatti si trova così

$$\frac{x + i y}{2} = \frac{u + i v}{2} \coth \frac{l}{2} - \frac{u - i v}{2} \tanh \frac{l}{2}$$

ossia, determinando  $v_0$  in modo che  $\tanh \frac{l}{2} = \frac{v_0}{u}$ ,

$$\frac{x + i y}{2} = \frac{u + i v}{2} \coth \frac{l}{2} - \frac{u - i v}{2} \tanh \frac{l}{2}$$

donde si trae manifestamente

$$x + i y = i^* g - L \frac{u - i v}{2}$$

Ecco dunque come si risolve la questione proposta : data la circonferenza primitiva di raggio  $e$ , si faccia passare pel centro di essa e della contigua l'asse delle  $y$ , e si prenda per asse delle  $x$  l'asse radicale delle due circonferenze; indi si determini la lunghezza  $l$  della tangente condotta dall'origine, e finalmente si ponga

$$\frac{x + i y}{2} = l \tanh \frac{l}{2}$$

In virtù di tale relazione le variabili  $u, v$  diventano i parametri di due sistemi isometrici ortogonali : le due circonferenze primitive appartengono al sistema  $v = \text{cost.}$ , e propriamente la equazione (20) si ottiene ponendo  $v = v_0$ , dove

$$\tanh \frac{v_0}{2} = \frac{a - e}{a + e}$$

Il doppio sistema ortogonale così ottenuto è formato di due famiglie di circonferenze, ed è tanto noto che è inutile sviluppare ulteriormente la soluzione che vi ci ha condotti, bastando

accennare le espressioni delle coordinate ortogonali  $x, y$  in fun-